

Krylov 부공간을 이용한 압전구조체의 모델차수축소법

한정삼[†]

Krylov Subspace-Based Model Order Reduction for Piezoelectric structures

Jeong Sam Han

Key Words : Krylov subspace(크리로프 부공간), Model order reduction(모델차수축소법), Piezoelectric structure(압전구조체)

Abstract

A piezoelectric device is widely used for actuation and sensing in many applications and its design often requires calculation of a frequency response which is computationally very expensive when an interesting frequency is up to a high range or when a wide range of actuating frequency should be considered. To alleviate the problem of high computation cost, this paper presents the Krylov subspace-based model order reduction (MOR) for frequency responses of a piezoelectric structure. The frequency response analysis can be performed efficiently from reduced low dimensional numerical models generated by the model order reduction which reduces the number of degrees of freedom of an original ANSYS finite element models via the Arnoldi process. A piezoelectric bimorph actuator and micro gyroscope were studied to demonstrate the feasibility of the suggested simulation method for the piezoelectric harmonic analysis.

1. 서 론

근래에 압전효과를 이용하는 미소기전시스템이 많이 연구 개발됨에 따라 압전구조체에 대한 연성 해석의 필요성이 증가되었다. 이러한 연성 시스템에 대하여 고주파수 영역대 및 넓은 영역의 주파수 응답이 요구되는 경우는 모델차수축소법을 이용함으로써 주파수 응답 해석시간을 대폭 감소시키고 수치계산을 효율적으로 수행할 수 있다. 본 논문에서는 크리로프 부공간에 근거한 모델차수축소법⁽¹⁻²⁾을 이용하여 압전구조체의 축소모델링 및 미소기전시스템에 적용한 예제를 논의하고자 한다.

2. 압전구조체의 모델차수축소법

압전구조체의 연성 유한요소해석을 위한 행렬 형태의 방정식은 다음과 같이 이차 상미분방정식

으로 표현된다.⁽⁴⁾

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}^Z \\ \mathbf{K}^{ZT} & -\mathbf{K}^d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{L} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 변위 $\mathbf{u}(t)$ 와 전압 $\mathbf{v}(t)$ 를 합한 새로운 상태변수벡터 $\mathbf{x}(t)$ 라고 하고 식(1)의 시스템 행렬을 다음과 같이 치환하면 식(1)은 일반적인 이차 상미분방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{K}}\mathbf{x}(t) &= \mathbf{b}\mathbf{e}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{L}^T\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{e}(t)$ 는 입력, $\mathbf{y}(t)$ 는 출력벡터를 의미하며 상태변수벡터 $\mathbf{x}(t)$ 의 자유도는 N 이다. 이 때, 시스템(2)의 큰 자유도의 상태변수벡터 $\mathbf{x}(t)$ 의 응답을 작은 자유도로 구성된 축소시스템의 상태변수벡터 $\mathbf{z}(t)$ 로 아래처럼 근사화하여,

$$\mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{V}\mathbf{z}(t) \quad \text{where } \mathbf{z}(t) \in \mathfrak{R}^n, n \ll N \quad (3)$$

일반적인 크리로프 부공간에 근거한 모델차수축소법을 적용하면 다음의 축소시스템을 얻는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_r\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}_r\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}_r\mathbf{z}(t) &= \mathbf{b}_r\mathbf{e}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{L}_r^T\mathbf{z}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

[†] 정희원, 안동대학교 기계공학부

E-mail : jshan@andong.ac.kr

TEL : (054)820-6218 FAX : (054)820-5167

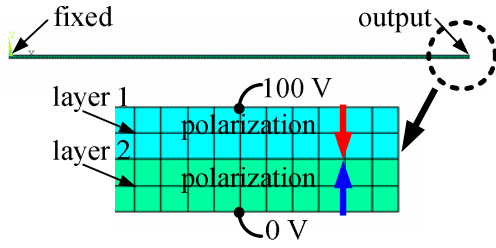


Fig. 1 Finite element modeling of a piezoelectric bimorph beam. (Beam length=100 mm and layer thickness=0.5 mm)

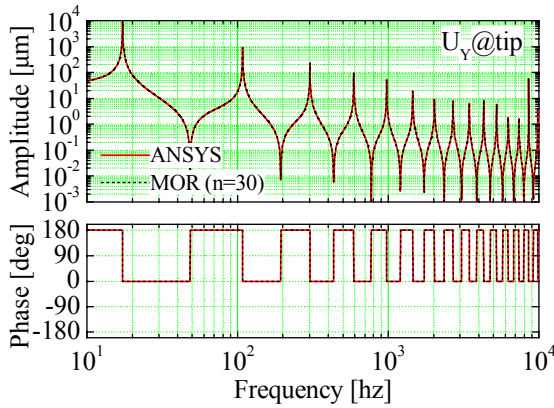


Fig. 2 Comparison of frequency responses between the full ANSYS model and reduced model of order 30.

축소행렬은 $\mathbf{M}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V}$, $\mathbf{C}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{C} \mathbf{V}$, $\mathbf{K}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V}$, $\mathbf{b}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{b}$ 및 $\mathbf{L}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{L}$ 로 각각 표현되며, 만약 변환행렬 \mathbf{V} 를 모멘트 일치법에 따라서

$$\begin{aligned} \text{colspan}\{\mathbf{V}\} &= \mathfrak{K}_q(-\bar{\mathbf{K}}^{-1}\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{b}) \\ &= \text{span}\{\bar{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{b}, \dots, (-\bar{\mathbf{K}}^{-1}\bar{\mathbf{M}})^{q-1}\bar{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{b}\} \end{aligned} \quad (5)$$

로 결정하면 초기 이차 시스템(2)와 축소시스템(4)의 첫 q 번째까지의 모멘트는 서로 일치한다.⁽¹⁾

3. 결론

구동전압이 인가될 때, 액츄에이터로 사용되는 두겹의 압전 바이폴라 문제⁽⁴⁾를 고려하였다(Fig. 1 참조). 초기 유한요소모델은 15,207개의 자유도를 가지며, 10 khz까지의 무감쇠 주파수응답에 대하여 30개의 자유도를 가진 축소모델의 결과와 비교하여 Fig. 2에 도시하였다. 그래프 상에서 육안으로는 Y방향 변위의 진폭 및 위상에 대하여 초기 유한요소모델과 축소모델의 결과 차이를 확인할 수 없을 정도로 제안한 축소모델링 기법을 통하여 정확한 주파수응답 결과를 얻을 수 있었다.

또한 압전구동 및 압저항검출을 이용하는 실리콘 미소각속도계⁽³⁾의 압전구동에 대한 주파수응답을 계산하는 문제를 고려하였다(Fig. 3 참조). 초기

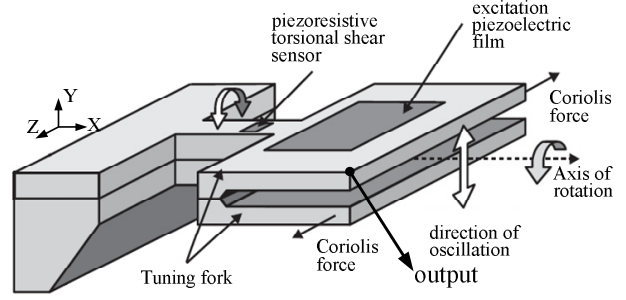


Fig. 3 An angular velocity μ -sensor using Coriolis effect

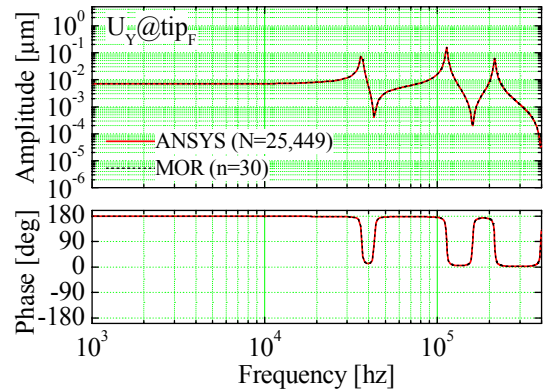


Fig. 4 Comparison of frequency responses between the full ANSYS model and reduced model of order 30.

유한요소모델은 25,449개의 자유도를 가지며 1,000 ~400,000 hz까지의 감쇠($\zeta=0.01$) 주파수응답에 대하여 30개의 자유도를 가진 축소모델의 결과와 비교하는 경우, 그래프 상에서 Y방향 변위의 진폭 및 위상에 대하여 초기 유한요소모델과 축소모델($n=30$)의 결과 차이를 육안으로는 거의 확인할 수 없을 정도로 정확한 주파수응답 결과를 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) Han, J. S., 2007, "Eigenvalue and Frequency Response Analyses of a Hard Disk Drive Actuator Using Reduced Finite Element Models," *Transactions of the KSME A*, Vol. 31, No. 5, pp. 541~549.
- (2) Rudnyi, E. and Korvink, J., 2006, "Model Order Reduction for Large Scale Engineering Models Developed in ANSYS," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 3732, pp. 349~356.
- (3) Voss, R., Bauer, K., Ficker, W., Gleissner, T., Kupke, W., Rose, M., Sassen, S., Schalk, J., Seidel, H. and Stenzel, E., 1997, "Silicon Angular Rate Sensor for Automotive Applications with Piezoelectric Drive and Piezoresistive Read-out," *Transducer '97*, June 16-19, Chicago, pp. 879~882.
- (4) ANSYS, 2007, *ANSYS Theory Reference 11.0*, SAS IP, Inc.